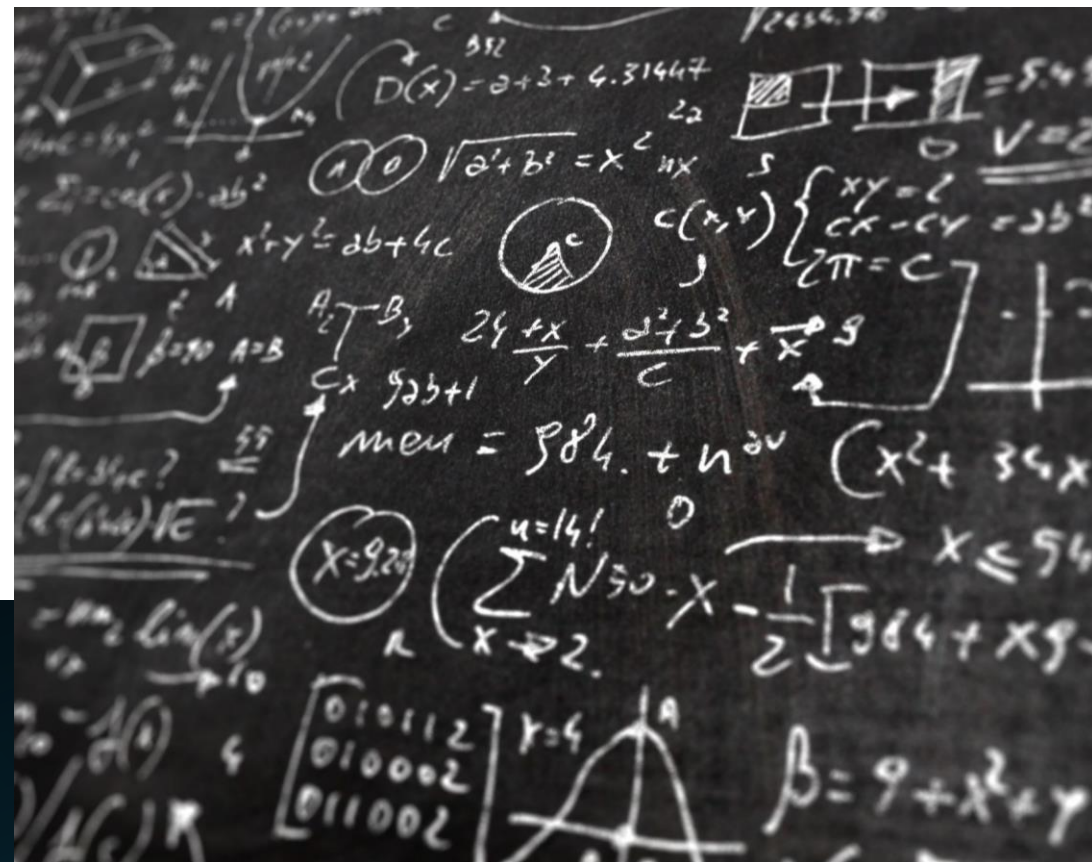


# Dobre praktyki w nauczaniu matematyki na kierunku automatyka i robotyka oraz na kierunkach pokrewnych

Posiedzenie KAIR PAN

Warszawa 25 listopada 2024r



# Założenia

---

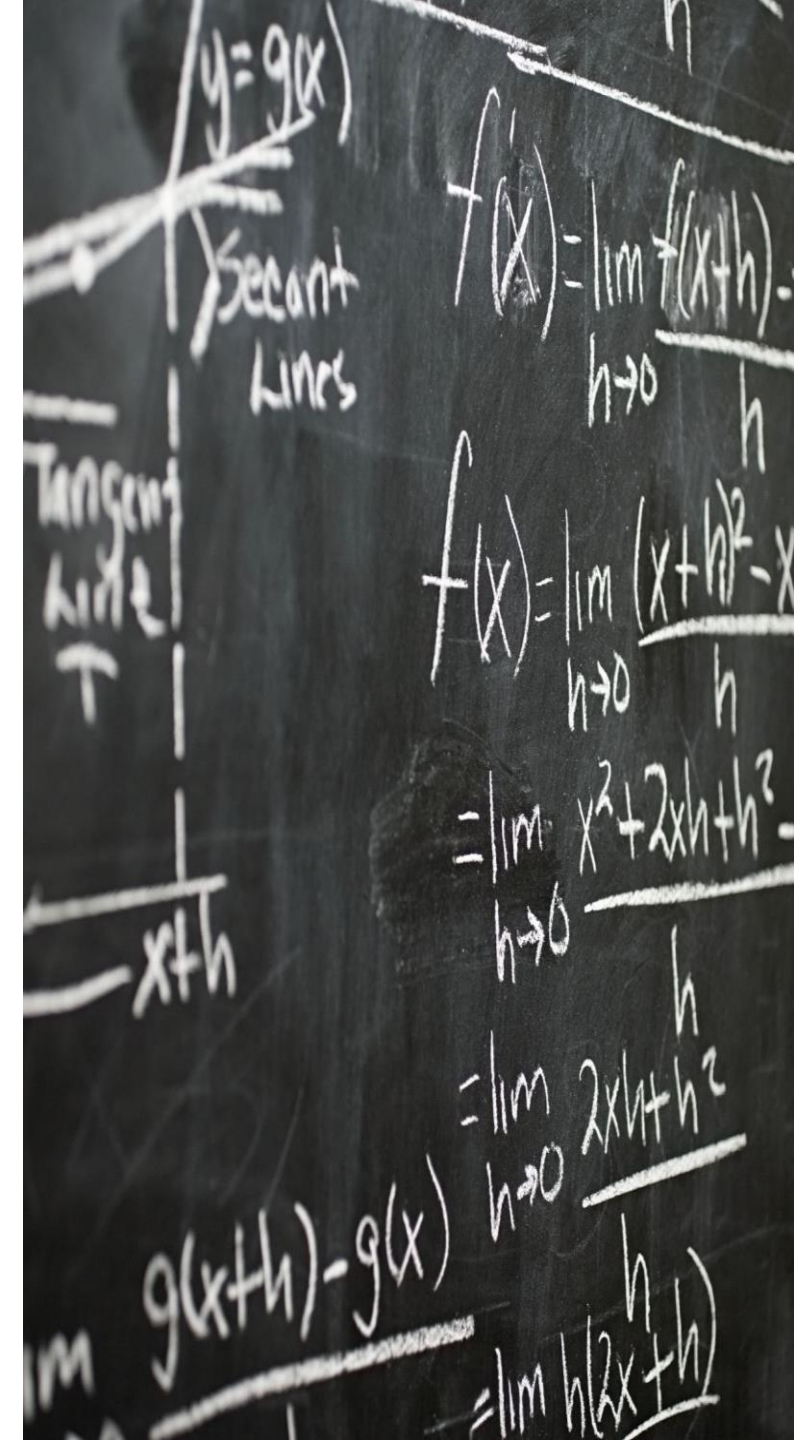
**Dotyczy I stopnia kierunków automatyka i robotyka oraz pokrewnych**

---

**Dotyczy studiów o profilu ogólnoakademickim, praktycznych, dualnych**

---

**Kandydat zdał maturę z matematyki na poziomie podstawowym**



# Wymagane treści z matematyki zostały powiązane z podstawowymi pojęciami automatyki:

**Transmitancja operatorowa  
(i równania stanu)**

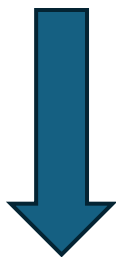
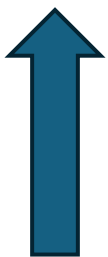
**Charakterystyki czasowe  
(podstawowe elementy automatyki)**

**Charakterystyki częstotliwościowe**

# Transmitancja operatorowa

## Automatyka

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0}$$



$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_m \frac{d^n u}{dt^n} + \dots + b_1 \frac{du}{dt} + b_0 u$$

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

## Matematyka

Funkcja wielomianowa zespolona

$$F[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t) e^{st} dt$$



- całka niewłaściwa

- zmienna zespolona



$L^{-1}[G(s)]$  - rozkład na ułamki proste

Równanie różniczkowe liniowe  $n$  –tego rzędu  
o stałych współczynnikach

Własności macierzy

# Charakterystyki czasowe (podstawowe elementy automatyki)

## Automatyka

## Matematyka

- **Element proporcjonalny**

$$y(t) = Ku(t)$$

---

Funkcja liniowa

- **Element inercyjny I-go rzędu**

$$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = Ku(t)$$

---

Równanie różniczkowe  
liniowe I-go rzędu

- **Element całkujący**

$$\frac{dy(t)}{dt} = Ku(t) \quad K \frac{dy(t)}{dt} = u(t)$$

## Automatyka

- **Element różniczkujący rzeczywisty**

$$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = K \frac{du(t)}{dt}$$

- **Element oscylacyjny II-go rzędu**

$$T^2 \frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\xi T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = Ku(t)$$

## Matematyka

---

**Równanie różniczkowe liniowe I-go rzędu**

---

**Równanie różniczkowe liniowe II-go rzędu**

---

**Analiza rozwiązań równania kwadratowego w dziedzinie zespolonej**

# Charakterystyki częstotliwościowe

## Automatyka

- Transmitancja widmowa

$$G(j\omega) = G(s) \Big|_{s=j\omega}$$
$$= P(\omega) + jQ(\omega)$$

- Charakterystyka amplitudowa

$$|G(j\omega)| = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}$$

- Charakterystyka fazowa

$$\phi(\omega) = \arg G(j\omega)$$

## Matematyka

---

**Funkcje zmiennej zespolonej:**

---

**Część rzeczywista i urojona**

---

**Moduł liczby i funkcji  
zmiennej zespolonej**

---

**Argument liczby i funkcji  
zmiennej zespolonej**



# Matematyka - treści programowe

---

## I. Algebra liniowa

---

Rachunek wektorowy w  $R^n$

---

Liczby zespolone: działania, argument liczby zespolonej, postać trygonometryczna i wykładnicza

---

Rachunek macierzowy, potęgowanie macierzy (w tym tw. Caley-Hamiltona), rząd macierzy, wektory i wartości własne macierzy

---

Równania liniowe

---

## II. Własności funkcji jednej zmiennej

---

Funkcja, dziedzina, zbiór wartości, parzystość, nieparzystość

---

Granica funkcji, ciągłość, asymptoty



# Matematyka - treści programowe

---

## III. Rachunek różniczkowy funkcji jednej zmiennej

---

Pochodna funkcji, jej interpretacja geometryczna i fizyczna, podstawowe własności

---

Zastosowania pochodnej: ekstrema funkcji, reguła de L'Hospitala, wklęsłość, wypukłość funkcji

---

## IV. Rachunek całkowy funkcji jednej zmiennej

---

Całka nieoznaczona, całkowanie przez części, przez podstawienie, całkowanie funkcji wymiernych (rozkład na ułamki proste)

---

Całka oznaczona i jej zastosowania geometryczne, całka niewłaściwa

# Matematyka - treści programowe

---

## V. Rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych

---

Pochodne cząstkowe I-go i wyższych rzędów, tw. Schwarz'a, gradient, pochodna kierunkowa

---

Ekstrema funkcji wielu zmiennych

---

## VI. Funkcje zmiennej zespolonej

---

Część rzeczywista i urojona, argument funkcji zmiennej zespolonej, funkcja  $e^z$ , logarytm zespolony

---

Warunki Cauchy-Riemanna, funkcja holomorficzna

---

Transformata Laplace'a: oryginał, funkcja Heaviside'a, twierdzenie o przesunięciu rzeczywistym i o przesunięciu zespolonym, splot, metody wyznaczania odwrotnej  $L$ -transformaty

# Matematyka - treści programowe

---

## VII. Równania różniczkowe

---

Równania różniczkowe I-go rzędu: warunek początkowy, równania o zmiennych rozdzielonych, równania liniowe I-go rzędu

---

Równania różniczkowe  $n$ -go rzędu: warunki początkowe a warunki brzegowe, równania liniowe  $n$ -go rzędu jednorodne i niejednorodne

---

Metoda operatorowa rozwiązywania równań różniczkowych i układów równań różniczkowych



**Dziękuję za uwagę**

Ewa Pawłuszewicz